

EJERCICIOS SUGERIDOS PARA LA PRACTICA DE SISTEMAS DE ECUACIONES DIFERENCIALES Y ECUACIONES DIFERENCIALES LINEALES

1.- Sea el sistema
$$\frac{dx}{dt} = 3x + 4y$$

$$\frac{dy}{dt} = 2x + y$$

a) Demuestre que $x = 2e^{5t}$ y $x = e^{-t}$ son soluciones del sistema
 $y = e^{5t}$ y $y = -e^{-t}$

b) Demuestre que las soluciones de la parte (a) son linealmente independiente en todo intervalo $a \leq t \leq b$ y escriba la solución general del sistema.

c) Determine la solución $x = f(t)$ del sistema que es tal que $f(0) = 1$, $g(0) = 2$. Por que esta solución
 $y = g(t)$

es única? ¿ en qué intervalo está definida?-

2.- Resolver: los sistemas de ecuaciones diferenciales

1.-
$$x_1' = 5x_1 - 2x_2$$

$$x_2' = 4x_1 - x_2$$

Res.1.-
$$x_1 = c_1 e^t + c_2 e^{3t}$$

$$x_2 = 2c_1 e^t + c_2 e^{3t}$$

2.-
$$2 \frac{dx}{dt} + 4 \frac{dy}{dt} + x - y = 3e^t$$

$$\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} + 2x + 2y = e^t$$

Res.2.-
$$x = c_1 e^t + c_2 e^{-2t} - te^t$$

$$y = \left(\frac{1}{3} - c_1\right)e^t - \frac{1}{3}c_2 e^{-2t} + te^t$$

3.-
$$x_1' = x_1 - 2x_2$$

$$x_2' = x_1 + 2x_2$$

Res.3.-
$$x_1 = 2c_1 e^{4t} + c_2 e^{-t}$$

$$x_2 = 3c_1 e^{4t} - c_2 e^{-t}$$

$$4.- \begin{aligned} x_1' &= 3x_1 + x_2 \\ x_2' &= 4x_1 + 3x_2 \end{aligned}$$

$$\text{Res.-4.-} \begin{aligned} x_1 &= c_1 e^t + c_2 e^{5t} \\ x_2 &= -2c_1 e^t + c_2 e^{5t} \end{aligned}$$

$$5.- \begin{aligned} \frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} + 2y &= \text{sent} \\ \frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} - x - y &= 0 \end{aligned}$$

$$\text{Res.5.-} \begin{aligned} x &= ce^t - \frac{\text{sent}}{2} \\ y &= -\frac{1}{3}ce^t + \frac{\text{sent}}{2} \end{aligned}$$

$$6.- \begin{aligned} x_1' &= 3x_1 - 4x_2 \\ x_2' &= 2x_1 - 3x_2 \end{aligned}$$

$$\text{Res.-6.-} \begin{aligned} x_1 &= 2c_1 e^t + c_2 e^{-t} \\ x_2 &= c_1 e^t + c_2 e^{-t} \end{aligned}$$

$$7.- \begin{aligned} x_1' &= x_1 + 3x_2 \\ x_2' &= 3x_1 + x_2 \end{aligned}$$

$$\text{Res.-7.-} \begin{aligned} x_1 &= c_1 e^{4t} + c_2 e^{-2t} \\ x_2 &= c_1 e^{4t} - c_2 e^{-2t} \end{aligned}$$

$$8.- \begin{aligned} x_1' &= 3x_1 - x_2 \\ x_2' &= 4x_1 - x_2 \end{aligned}$$

$$\text{Res.- 8.-} \begin{aligned} x_1 &= c_1 e^t + c_2 t e^t \\ x_2 &= 2c_1 e^t + c_2 (2t - 1)e^t \end{aligned}$$

$$9.- \begin{aligned} x_1' &= 5x_1 + 4x_2 \\ x_2' &= -x_1 + x_2 \end{aligned}$$

$$\text{Res.- 9.-} \begin{aligned} x_1 &= -2c_1 e^{3t} + c_2 (2t + 1)e^{3t} \\ x_2 &= c_1 e^{3t} - c_2 t e^{3t} \end{aligned}$$

$$10.- \begin{aligned} x_1' &= x_1 - 4x_2 \\ x_2' &= x_1 + x_2 \end{aligned}$$

$$\text{Res.- 10.-} \begin{aligned} x_1 &= 2e^t (-c_1 \text{sen } 2t + c_2 \text{cos } 2t) \\ x_2 &= e^t (c_1 \text{cos } 2t + c_2 \text{sen } 2t) \end{aligned}$$

$$11.- \begin{aligned} x_1' &= x_1 - 3x_2 \\ x_2' &= 3x_1 + x_2 \end{aligned}$$

$$\text{Res.-11.-} \begin{aligned} x_1 &= e^t (c_1 \text{sen } 3t + c_2 \text{cos } 3t) \\ x_2 &= e^t (c_1 \text{sen } 3t - c_2 \text{cos } 3t) \end{aligned}$$

$$12.- \begin{aligned} x_1' &= 4x_1 - 2x_2 \\ x_2' &= 5x_1 + 2x_2 \end{aligned}$$

$$\text{Res.12} \begin{aligned} x_1 &= 2e^{3t} (c_1 \text{sen } 3t + c_2 \text{cos } 3t) \\ x_2 &= e^{3t} (c_1 (\text{cos } 3t + 3\text{sen } 3t) + c_2 (\text{sen } 3t - 3\text{cos } 3t)) \end{aligned}$$

$$13.- \begin{aligned} 2\frac{dx}{dt} - 2\frac{dy}{dt} - 3x &= t \\ 2\frac{dx}{dt} + 2\frac{dy}{dt} + 3x + 8y &= 2 \end{aligned}$$

$$\text{Res.-13.-} \begin{aligned} x &= c_1 e^t + c_2 e^{-3t} - \frac{1}{3}t - \frac{11}{36} \\ y &= k_1 e^t + k_2 e^{-3t} + 18t + \frac{5}{12} \end{aligned}$$

$$14.- \begin{cases} \frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} - 2x - 4y = e^t \\ \frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} - y = e^{4t} \end{cases}$$

$$\text{Res.14-} \begin{cases} x = ce^{-2t} \\ y = -\frac{2}{3}ce^{-2t} + \frac{1}{3}e^{4t} - \frac{1}{3}e^t \end{cases}$$

$$15.- \begin{cases} \frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} - x - 3y = e^t \\ \frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} + x = e^{3t} \end{cases}$$

$$\text{Res.-15.-} \begin{cases} x = ce^{-3t} + \frac{e^t}{4} \\ y = -\frac{2}{3}ce^{-3t} + \frac{1}{3}e^{3t} - \frac{1}{2}e^t \end{cases}$$

$$16.- \begin{cases} 2\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} - x - y = e^{-t} \\ \frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} + 2x + y = e^t \end{cases}$$

$$\text{Res.16-} \begin{cases} x = c_1 \text{sent} + c_2 \text{cost} \\ y = -\left(\frac{3c_1 + c_2}{2}\right)\text{sent} + \left(\frac{c_1 - 3c_2}{2}\right)\text{cost} + \frac{e^t}{2} - \frac{e^{-t}}{2} \end{cases}$$

$$17.- \begin{cases} \frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} - x - 6y = e^{3t} \\ \frac{dx}{dt} + 2\frac{dy}{dt} - 2x - 6y = t \end{cases}$$

$$\text{Res.-17.-} \begin{cases} x = c_1 e^{\sqrt{6}t} + c_2 e^{-\sqrt{6}t} - t + \frac{1}{6} \\ y = \frac{\sqrt{6}c_1 e^{\sqrt{6}t}}{6} - \frac{\sqrt{6}c_2 e^{-\sqrt{6}t}}{6} + \frac{t}{6} - \frac{1}{6} - \frac{e^{3t}}{3} \end{cases}$$

$$18.- \begin{cases} 2\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} + x + 5y = 4t \\ \frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} + 2x + 2y = 2 \end{cases}$$

$$\text{Res.18-} \begin{cases} x = c_1 e^{4t} + c_2 e^{-2t} - t + 1 \\ y = -c_1 e^{4t} + c_2 e^{-2t} + t \end{cases}$$

$$19.- \begin{cases} 2\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} + x + y = t^2 + 4t \\ \frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} + 2x + 2y = 2t^2 - 2t \end{cases}$$

$$\text{Res.19-} \begin{cases} x = c_1 + c_2 e^{-2t} + 2t^2 + t \\ y = (1 - c_1) - 3c_2 e^{-2t} - t^2 - 3t \end{cases}$$

3.- Resolver: los sistemas de ecuaciones diferenciales:

$$1.- \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 4x - y \\ \frac{dy}{dt} = x + 2y \end{cases}$$

$$\text{Res.1} \begin{cases} x = c_1 e^{3t} + c_2 (t+1)e^{3t} \\ y = c_1 e^{3t} + c_2 t e^{3t} \end{cases}$$

$$2.- \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x - y \\ \frac{dy}{dt} = 4x - y \end{cases}$$

$$\text{Res.-2} \begin{cases} x = c_1 e^t + c_2 t e^{3t} \\ y = 2c_1 e^t + c_2 (2t - 1) e^t \end{cases}$$

$$3.- \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 5x + 4y \\ \frac{dy}{dt} = -x + y \end{cases}$$

$$\text{Res.- 3} \begin{cases} x = 2c_1 e^{3t} + c_2 (2t + 1) e^{3t} \\ y = c_1 e^{3t} - c_2 t e^{3t} \end{cases}$$

4.- Resolver: los sistemas de ecuaciones diferenciales

$$1.- \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x + 2y \\ \frac{dy}{dt} = -5x + y \end{cases}$$

$$\text{Res.- 1} \begin{cases} x = 2e^{2t} (c_1 \cos 3t + c_2 \text{sen} 3t) \\ y = e^{2t} (c_1 (-\cos 3t - 3\text{sen} 3t) + c_2 (3 \cos 3t - \text{sen} 3t)) \end{cases}$$

$$2.- \begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - 4y \\ \frac{dy}{dt} = x + y \end{cases}$$

$$\text{Res.- 2} \begin{cases} x = 2e^t (-c_1 \text{sen} 2t + c_2 \cos 2t) \\ y = e^t (c_1 \cos 2t + c_2 \text{sen} 2t) \end{cases}$$

$$3.- \begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - 3y \\ \frac{dy}{dt} = 3x + y \end{cases}$$

$$\text{Res.- 3} \begin{cases} x = e^t (c_1 \cos 3t + c_2 \text{sen} 3t) \\ y = e^t (c_1 \text{sen} 3t - c_2 \cos 3t) \end{cases}$$

$$4.- \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 4x - 2y \\ \frac{dy}{dt} = 5x + 2y \end{cases}$$

$$\text{Res.-4} \begin{cases} x = 2e^{3t} (c_1 \cos 3t + c_2 \text{sen} 3t) \\ y = e^{3t} (c_1 \cos 3t + 3\text{sen} 3t) + c_2 (\text{sen} 3t - 3 \cos 3t) \end{cases}$$

$$5.- \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x - 2y \\ \frac{dy}{dt} = 2x + 3y \end{cases}$$

$$\text{Res.- 5} \begin{cases} x = e^{3t} (c_1 \cos 2t + c_2 \text{sen} 2t) \\ y = e^{3t} (c_1 \text{sen} 2t - c_2 \cos 2t) \end{cases}$$

4.- Resolver: los sistemas de ecuaciones diferenciales

$$1.- \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 6x - 3y \\ \frac{dy}{dt} = 2x + y \end{cases}$$

$$\text{Res.-1} \quad \begin{cases} x = c_1 e^{3t} + 3c_2 e^{4t} \\ y = c_1 e^{3t} + 2c_2 e^{4t} \end{cases}$$

$$2.- \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 5x - 2y \\ \frac{dy}{dt} = 4x - y \end{cases}$$

$$\text{Res. 2.-} \quad \begin{cases} x = c_1 e^t + c_2 e^{3t} \\ y = 2c_1 e^t + c_2 e^{3t} \end{cases}$$

$$3.- \begin{cases} \frac{dx}{dt} = x + 2y \\ \frac{dy}{dt} = 3x + 2y \end{cases}$$

$$\text{Res. 3.-} \quad \begin{cases} x = 2c_1 e^{4t} + c_2 e^{-t} \\ y = 3c_1 e^{4t} - c_2 e^{-t} \end{cases}$$

$$4.- \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x + y \\ \frac{dy}{dt} = 4x + 3y \end{cases}$$

$$\text{Res. 4.-} \quad \begin{cases} x = c_1 e^t + c_2 e^{5t} \\ y = -2c_1 e^{5t} + 2c_2 e^{5t} \end{cases}$$

$$5.- \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x - 4y \\ \frac{dy}{dt} = 2x - 3y \end{cases}$$

$$\text{Res. 5.-} \quad \begin{cases} x = 2c_1 e^t + c_2 e^{-t} \\ y = c_1 e^t + c_2 e^{-t} \end{cases}$$

$$6.- \begin{cases} \frac{dx}{dt} = x + 3y \\ \frac{dy}{dt} = 3x + y \end{cases}$$

$$\text{Res.- 6.-} \quad \begin{cases} x = c_1 e^{4t} + c_2 e^{-2t} \\ y = c_1 e^{4t} - c_2 e^{-2t} \end{cases}$$

5.- Determine la solución particular del sistema dado a continuación:

$$1. \quad \begin{cases} \frac{dx}{dt} = -2x + 7y \\ \frac{dy}{dt} = 3x + 2y \end{cases}, \quad x(0) = 9, \quad y(0) = -1$$

$$\text{Res.-1.-} \quad \begin{cases} x = 2e^{5t} + 7e^{-5t} \\ y = 2e^{5t} - 3e^{-5t} \end{cases}$$

$$2.- \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 6x - 4y \\ \frac{dy}{dt} = x + 2y \end{cases} \quad x(0) = 2, \quad y(0) = 3 \quad \text{Res.- } 2.- \begin{cases} x = 2e^{4t} - 8te^{4t} \\ y = 3e^{4t} - 4te^{4t} \end{cases}$$

$$3.- \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x - 8y \\ \frac{dy}{dt} = x + 6y \end{cases} \quad x(0) = 4, \quad y(0) = 1 \quad \text{Res.- } 3.- \begin{cases} x = 4e^{4t} [\cos 2t - 2\text{sen}2t] \\ y = e^{4t} [\cos 2t + 3\text{sen}2t] \end{cases}$$

6.- Use variación de parámetros para resolver los sistemas

$$1.- \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x - y \\ \frac{dy}{dt} = 3x - 2y + 4t \end{cases} \quad 2.- x' = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} \text{sen}2t \\ 2\cos 2t \end{pmatrix} e^{2t}$$

$$3.- x' = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 2 \\ e^{-3t} \end{pmatrix} \quad 4.- x' = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} e^t \\ e^{2t} \\ e^{3t} \end{pmatrix}$$

$$5.- x' = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ t \\ 2e^t \end{pmatrix}$$

$$6.- x' = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 1/t \\ 1/t \end{pmatrix}; \quad x(1) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$7.- x' = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -3 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} t; \quad x\left(\frac{\pi}{2}\right) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

7.- Resolver los sistemas no homogéneos

$$1.- x' = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^{t/2} . ,$$

$$\text{Res. } \overset{p}{x} = c_1 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} e^{t/2} + c_2 \begin{pmatrix} 10 \\ 3 \end{pmatrix} e^{3t/2} - \begin{pmatrix} 13/2 \\ 13/4 \end{pmatrix} t e^{t/2} - \begin{pmatrix} 15/2 \\ 9/4 \end{pmatrix} e^{t/2}$$

$$2.- x' = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^t ,$$

$$\text{Res. } \overset{p}{x} = c_1 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} e^t + c_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{2t} + \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix} e^t + \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} t e^t$$

$$3.- x' = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 12 \\ 12 \end{pmatrix} t ,$$

$$\text{Res. } \overset{p}{x} = c_1 \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} e^{3t} + c_2 \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} e^{2t} + \begin{pmatrix} -12 \\ 0 \end{pmatrix} t - \begin{pmatrix} 4/3 \\ 4/3 \end{pmatrix}$$

$$4.- x' = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 2e^{-t} \\ e^{-t} \end{pmatrix} ,$$

$$\text{Res. } \overset{p}{x} = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^t + c_2 \begin{pmatrix} t \\ 1/2 - t \end{pmatrix} e^t + \begin{pmatrix} 1/2 \\ -2 \end{pmatrix} e^{-t}$$

$$5.- x' = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} \text{sect} \\ 0 \end{pmatrix} ,$$

$$\text{Res.}, \vec{x} = c_1 \begin{pmatrix} \cos t \\ \sin t \end{pmatrix} e^{3t} + c_2 \begin{pmatrix} \sin t \\ -\cos t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \cos t \\ \sin t \end{pmatrix} t + \begin{pmatrix} -\sin t \\ \cos t \end{pmatrix} \text{Ln}|\cos t|$$

$$6.- x' = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \vec{x} + \begin{pmatrix} \cos t \\ \sin t \end{pmatrix} e^t. \quad \text{Res.}, \vec{x} = c_1 \begin{pmatrix} \cos t \\ \sin t \end{pmatrix} e^t + c_2 \begin{pmatrix} \sin t \\ -\cos t \end{pmatrix} e^t + \begin{pmatrix} \sin t \\ -\cos t \end{pmatrix} t e^t$$

$$7.- x' = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \vec{x} + \begin{pmatrix} 0 \\ (\sec t)(\tan t) \end{pmatrix}$$

$$\text{Res.} \vec{x} = c_1 \begin{pmatrix} \cos t \\ -\sin t \end{pmatrix} e^{3t} + c_2 \begin{pmatrix} \sin t \\ \cos t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \cos t \\ -\sin t \end{pmatrix} t + \begin{pmatrix} -\sin t \\ \sin t + \cos t \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \sin t \\ \cos t \end{pmatrix} \text{Ln}|\cos t|$$

$$8.- x' = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \vec{x} + \begin{pmatrix} \csc t \\ \sec t \end{pmatrix} e^t$$

$$\text{Res.} \vec{x} = c_1 \begin{pmatrix} 2\sin t \\ \cos t \end{pmatrix} e^t + c_2 \begin{pmatrix} 2\cos t \\ -\sin t \end{pmatrix} e^t + \begin{pmatrix} 3\sin t \\ 3/2\cos t \end{pmatrix} t e^t + \begin{pmatrix} \cos t \\ -1/2\sin t \end{pmatrix} e^t \text{Ln}|\sin t| + \begin{pmatrix} 2\cos t \\ -\sin t \end{pmatrix} e^t \text{Ln}|\cos t|$$

$$9.- x' = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \vec{x} + \begin{pmatrix} e^t \\ e^{2t} \\ t e^{3t} \end{pmatrix}$$

$$\text{Res.} \vec{x} = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{2t} + c_3 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} e^{3t} + \begin{pmatrix} -1/4 e^{2t} + 1/2 t e^{2t} \\ -e^t + 1/4 e^{2t} + 1/2 t e^{2t} \\ 1/2 t^2 e^{3t} \end{pmatrix}$$

8.- Resolver: las ecuaciones diferenciales

ECUACION

1.- $xy' + y = 3xy, \quad y(1) = 0$

2.- $y' + y = e^x, \quad y(0) = 1$

3.- $y' + 2xy = x, \quad y(0) = -2$

4.- $(1+x)y' + y = \cos x, \quad y(0) = 1$

5.- $xy' = 3y + x^4 \cos x, \quad y(2\pi) = 0$

6.- $y' + \frac{1}{x}y = \frac{1}{2x}, \quad y(0) = \frac{1}{2}$

7.- $y' + \frac{1}{2}y = \text{sen}x$

8.- $y'(e^y - x) = y$

9.- $y' + (\cot x)y = 2 \cos ecx$

10.- $y' + \frac{1}{x}y = \frac{1}{2x}$

11.- $\frac{dx}{dt} + (\text{Lnt})x = t^{-t}$

RESPUESTA

Res 1.- $xe^{-3x}y = 0$

Res. 2.- $y = \frac{1+e^{2x}}{2-e^x}$

Res. 3- $y = \frac{e^{x^2} - 5}{2e^{x^2}}$

Res 4.- $y = \frac{\text{sen}x + 1}{1+x}$

Res.5.- $y = x^3 \text{sen}x$

Res 6 .- $x(2y-1) = 0$

Res. 7.- $y = \frac{2}{5}(\text{sen}x - 2 \cos x) + C$

Res. 8.- $yx - e^y = C$

Res. 9- $y = \cos cx(2x + c)$

Res. 10 . - $y = \frac{1}{2} + \frac{c}{x}$

Res. 11- $x = \frac{e^t}{t^t}(t + C)$

6.-Resolver mediante variación de parámetros las siguientes ecuaciones:

$$1. y'' + y = \sec x$$

$$2.- y'' + y = \operatorname{sen} x$$

$$3.- y'' + y = \cos^2 x$$

$$4.- y'' - y = \cosh x$$

$$5.- y'' - 4y = \frac{e^{2x}}{x}$$

$$6.- y'' + 3y' + 2y = \frac{1}{1+e^x}$$

$$7.- y'' + 3y' + 2y = \operatorname{sen} e^x$$

$$8.- y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{1+x^2}$$

$$9.- y'' + 2y' + y = e^{-x} \operatorname{Ln} x$$

$$10.- 4y'' - 4y' + y = 8e^{-x} + x$$

$$11.- y'' - y = xe^x, \quad y(0)=0, \quad y'(0)=0$$

$$12.- y'' + 2y' - 8y = 2e^{-2x} - e^{-x}, \quad y(0)=0, \quad y'(0)=0$$

$$13.- y'' - 4y' + 4y = (12x^2 - 6x)e^{2x}, \quad y(0)=0, \quad y'(0)=0$$

$$14.- y'' + 3y' + 2y = 4e^x$$

$$15.- y'' - 4y' + 4y = 2e^{2x}$$

8- Resolver las ecuaciones diferenciales usando coeficientes indeterminados

$$1.- y'' + 4y = 4e^{2x}$$

$$2.- y'' + 4y' + 4y = 6\text{sen}3x$$

$$3.- y'' + 4y' + 9y = x^2 + 3x$$

$$4.- y'' + 2y' + y = 2\cos 2x + 3x + 2 + 3e^x$$

$$5.- y'' + 4y = 6\text{sen}2x + 3x^2$$

$$6.- y''' - 3y'' + 3y' - y = 2e^{2x}$$

$$7.- y'' + y' + y = x^3 e^x$$

$$8.- y'' - 5y' = x - 2$$

$$9.- y''' + y'' - y' - y = 3t^2 + 1$$

$$10.- y'' + y = x^2 \cos 5x$$

11.- Resolver las siguientes ecuaciones diferenciales con coeficientes variables

$$1.- x^2 y'' - 2xy' - 4y = 0$$

$$2.- x^2 y'' - xy' + y = 0$$

$$3.- x^2 y'' + xy' + 4y = 0$$

$$4.- x^2 y'' + xy' + \left(x^2 - \frac{1}{4}\right)y = 0$$

$$5.- 4x^2 y'' + xy' + 4y = 0$$

$$6.- 4x^2 y'' + 8xy' + y = 0$$

$$7.- x^2 y'' + 3xy' + 3y = 0$$

$$8.- x^3 y''' + 5xy'' + 7xy' + 8y = 0$$

$$9.- (2x+1)^2 y'' - 2(2x+1)y' + 4y = 0$$

$$10.- x^2 y'' - xy' + 2y = x \ln x$$

$$11.- x^2 y'' + xy' + 4y = 1$$

$$12.- x^2 y'' + xe^x y' + (x^3 - 1)y = 0$$